

अनुक्रमांक

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15

नाम

131/2

335 (EC)

2018

गणित

द्वितीय प्रश्न-पत्र

(कलन, रेखिक प्रोग्रामन, सदिश तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट]

[पूर्णांक : 50

नोट :

- (i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं ।
- (iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।
- (iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।
- (v) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।
- (vi) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए ।
- (vii) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

335 (EC)

1

P.T.O.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) फलन $\cot^3 2x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 1

(ख) $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

(ग) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} = x + \sqrt{\frac{dy}{dx}}$ की कोटि एवं घात बताइए । 1

(घ) दो सदिशों के अदिश गुणनफल को परिभाषित कीजिए । 1

(ङ) ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है, जिसमें AB तथा BC के मध्य-बिन्दु क्रमशः E तथा F हैं । यदि $\vec{AB} = \vec{a}$ और $\vec{AD} = \vec{b}$, तो सदिश \vec{EF} का मान ज्ञात कीजिए । 1

335 (EC)

2

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि $y = \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ख) $\int \sin^3 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ग) सदिशों $3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$ के समतल के लम्बवत् इकाई सदिश ज्ञात कीजिए । 2

(घ) उन वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनके केन्द्र x-अक्ष पर स्थित हैं । 2

(ङ) $\int \cos^{-1} x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

(क) यदि $x^y = e^{x-y}$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$. 2

(ख) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए । 2

(ग) अवकल समीकरण $\sec^2 x \tan y \, dx + \sec^2 y \tan x \, dy = 0$ को हल कीजिए । 2

(घ) यदि इकाई सदिशों \hat{a} और \hat{b} के बीच का कोण θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|$. 2

(ङ) बिन्दुओं (3, -2, -5) और (3, -2, 6) से गुजरने वाली रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए । 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

(क) $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए, जहाँ
 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15.$ 3

(ख) $\int \frac{dx}{1+x+x^2+x^3}$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

(ग) किसी सरल रेखा की दिक्कोज्याओं l, m, n में सम्बन्ध स्थापित कीजिए । 3

(घ) अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = \log x$ को हल कीजिए, दिया गया है कि $y(1) = 0.$ 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि $x = \frac{\pi}{3}$ पर $\sin x (1 + \cos x)$ का उच्चिष्ठ है । 3

(ख) $\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$ का मान ज्ञात कीजिए । 3

(ग) अवकल समीकरण
 $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$ को हल कीजिए । 3

http://www.upboardonline.com

(घ) किसी व्यक्ति को दो वस्तुएँ A और B खरीदनी हैं । A के प्रत्येक नग का मूल्य ₹ 50 और B के प्रत्येक नग का मूल्य ₹ 40 है । अधिक-से-अधिक वह ₹ 1,500 की वस्तुएँ खरीद सकता है । उन्हें बेचने पर A के प्रत्येक नग पर ₹ 4 और B के प्रत्येक नग पर ₹ 3 का लाभ होता है । यह मानकर कि वह खरीदे हुए सभी नगों को बेच लेता है, अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए इस रैखिक प्रोग्रामन समस्या का गणितीय सूत्रण एवं हल कीजिए । 3

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) अन्तगाल $[-2, 2]$ में फलन $f(x) = x^2 + 4x - 3$ के लिए माध्यमान प्रमेय को सत्यापित कीजिए । 4

(ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\infty} \log \left(x + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{dx}{(1+x^2)} = \pi \log 2. \quad 4$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) परवलय $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = 3$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 4

(ख) सिद्ध कीजिए कि यदि वक्र $ax^2 + by^2 = 1$ तथा $a'x^2 + b'y^2 = 1$ लम्बकोणीय हों, तो $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{b'}$. 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

(क) रेखाओं $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ और

$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । 4

(ख) अवकल समीकरण

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x \sin x + e^x$$

को हल कीजिए । 4

(English Version)

Note :

- First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- There are in all **eight** questions in this question paper.
- All questions are compulsory.

335 (EC)

8

- (iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- (v) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (vi) Start from the first question and proceed to the last.
- (vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Attempt any **four** parts of the following :

(a) Find the differential coefficient of the function $\cot^3 2x$ with respect to x . 1

(b) Evaluate : 1

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

(c) Find the order and degree of the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = x + \sqrt{\frac{dy}{dx}}. \quad 1$$

- (d) Define the scalar product of two vectors. 1
- (e) $ABCD$ is a parallelogram, in which E and F are respectively the mid-points of AB and BC . If $\vec{AB} = \vec{a}$ and $\vec{AD} = \vec{b}$, find the value of vector \vec{EF} . 1

2. Attempt any **four** parts of the following :

(a) Find the value of

$$\frac{dy}{dx} \text{ if } y = \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right). \quad 2$$

(b) Evaluate : 2

$$\int \sin^3 x dx$$

(c) Find the unit vector perpendicular to the plane of vectors $3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}$. 2

(d) Find the differential equation of the family of circles whose centres lie on x-axis.

2

(e) Evaluate :

2

$$\int \cos^{-1} x dx$$

3. Attempt any *four* parts of the following :

(a) If $x^y = e^{x-y}$, prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$$

2

(b) Evaluate :

2

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

(c) Solve the differential equation

$$\sec^2 x \tan y dx + \sec^2 y \tan x dy = 0. \quad 2$$

(d) If θ is the angle between unit vectors \hat{a} and \hat{b} , prove that

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} |\hat{a} - \hat{b}|. \quad 2$$

(e) Find the Cartesian equation of the line passing through the points (3, -2, -5) and (3, -2, 6).

2

4. Attempt any *three* parts of the following :

(a) Find an approximate value of $f(5.001)$, where $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$.

3

(b) Evaluate :

3

$$\int \frac{dx}{1 + x + x^2 + x^3}$$

(c) Establish a relation among direction cosines l, m, n of a straight line.

3

(d) Solve the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y = \log x,$$

given that $y(1) = 0$. 3

5. Attempt any **three** parts of the following :

(a) Prove that $\sin x (1 + \cos x)$ has a maxima at $x = \frac{\pi}{3}$. 3

(b) Evaluate : 3

$$\int \frac{dx}{3x^2 + 13x - 10}$$

(c) Solve the differential equation $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$. 3

(d) A man has to purchase two things A and B. Each piece of A costs ₹ 50 and each piece of B costs ₹ 40. His purchasing limit is ₹ 1,500. On selling them he earns a profit of ₹ 4 on each piece of A and ₹ 3 on each piece of B. Assuming that he is able to sell all the pieces purchased, give mathematical formulation and solution of this linear programming problem of maximizing profit. 3

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

6. Attempt any **one** part of the following :

(a) Verify mean value theorem for the function $f(x) = x^2 + 4x - 3$ in the interval $[-2, 2]$. 4

(b) Prove that $\int_0^{\infty} \log \left(x + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{dx}{(1+x^2)} = \pi \log 2$. 4

7. Attempt any **one** part of the following :

(a) Find the area enclosed by the parabola $y^2 = 4x$ and the line $x = 3$. 4

(b) Prove that if the curves $ax^2 + by^2 = 1$ and $a'x^2 + b'y^2 = 1$ are orthogonal, then $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{b'}$. 4

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

8. Attempt any *one* part of the following :

(a) Find the shortest distance between the lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4} \quad 4$$

(b) Solve the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x \sin x + e^x \quad 4$$

http://www.upboardonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भिजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से