

अनुक्रमांक

upboardonline.com

नाम

131/2 335(GI)

2014

गणित

द्वितीय प्रश्नपत्र

(कलन, निर्देशांक ज्यामिति, रेखिक प्रोग्रामन, सदिश
तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को
प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Instruction : First 15 minutes are allotted for
the candidates to read the
question paper.

- नोट :
- इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
 - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। upboardonline.com
 - प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं।

[Turn over

335(GI)

2

upboardonline.com

- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

- Note :*
- There are in all *eight* questions in this question paper.
 - All questions are compulsory.
 - In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned. upboardonline.com
 - Marks allotted to the questions are indicated against them.
 - Start from the first question and proceed to the last one.
 - Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल

कीजिए : upboardonline.com

क) $\log x^x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात
कीजिए। 1

ख) रेखायुग्म $x^2 + 2xy \cot \theta - y^2 = 0$ के बीच
का कोण ज्ञात कीजिए। 1

ग) यदि सदिश $a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$ तथा
 $b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$ के बीच का कोण
 θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि
upboardonline.com

$$\cos \theta = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2})(\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2})}$$

है। 1

[Turn over

घ) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \right)$ का मान ज्ञात

कीजिए। upboardonline.com 1

ड) वृत्त $5x^2 + 5y^2 + 4x - 8y - 16 = 0$ के
केन्द्र के निर्देशांक तथा त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 1

1. Attempt any four parts of the following :

a) Find the differential coefficient of
 $\log x^x$ with respect to x . 1

upboardonline.com

b) Find the angle between the pair of
lines $x^2 + 2xy \cot \theta - y^2 = 0$. 1

- c) If the angle between vectors $a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ and $b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$ be θ , then prove that upboardonline.com

$$\cos \theta = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2})(\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2})}$$

1

- d) Find the value of

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} \right)$$

1

upboardonline.com

- e) Find coordinates of centre and radius of the circle

$$5x^2 + 5y^2 + 4x - 8y - 16 = 0.$$

1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल

कीजिए : upboardonline.com

- क) फलन

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

के $x = 3$ पर सातत्य का परीक्षण कीजिए। 2

- ख) वक्र $y^2 - 7x - 8y + 14 = 0$ के बिन्दु

(2, 0) पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात

कीजिए। upboardonline.com 2

- ग) $\int [(1 - \sin 2x)^{1/2}] dx$ का मान ज्ञात

कीजिए। 2

- घ) सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं (2, -3) तथा (-5, 1) को मिलाने वाली रेखा बिन्दुओं (4, 5) तथा (0, -2) को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् है। upboardonline.com 2
- ड) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो x -अक्ष और y -अक्ष पर धन दिशा में क्रमशः 3 और 4 का अंतःखण्ड काटता है तथा मूल बिन्दु से गुजरता हो। 2

2. Attempt any *four* parts of the following :

a) Examine continuity of the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

at point $x = 3$. 2

upboardonline.com

- b) Find the equation of tangent at point (2, 0) of curve $y^2 - 7x - 8y + 14 = 0$. 2
- c) Evaluate $\int [(1 - \sin 2x)^{1/2}] dx$. 2
upboardonline.com
- d) Prove that the line joining points (2, -3) and (-5, 1) is perpendicular to the line joining points (4, 5) and (0, -2). 2
upboardonline.com
- e) Find the equation of the circle which makes intercepts of 3 and 4 on axes x and y respectively in positive directions and passes through origin. 2

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

क) यदि $y = \frac{1}{3x^3}$, तो सिद्ध कीजिए कि $3y + x \frac{dy}{dx} = 0$. 2

ख) $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

ग) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। upboardonline.com 2

घ) रेखाओं

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \quad \text{तथा}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}) \quad \text{के मध्य}$$

कोण ज्ञात कीजिए। 2

ड) अवकल समीकरण

$$x^2(1-y) \frac{dy}{dx} + y^2(1+x) = 0$$

upboardonline.com

को हल कीजिए। 2

3. Attempt any four parts of the following :

a) If $y = \frac{1}{3x^3}$, then prove that $3y + x \frac{dy}{dx} = 0$. upboardonline.com 2

b) Evaluate $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx$. 2

c) Find the area of ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad 2$$

d) Find the angle between the straight lines represented by

$$\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}). \quad 2$$

upboardonline.com

e) Solve the differential equation

$$x^2(1-y)\frac{dy}{dx} + y^2(1+x) = 0. \quad 2$$

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

क) $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^{1/2}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 3

[Turn over

ख) यदि $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \dots}}$, तो
upboardonline.com

सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^2}{1+y^2}$. 3

ग) वह कोण ज्ञात कीजिए जिस पर वक्र $y = 2x - x^2$ की स्पर्श रेखा x -अक्ष को काटती है। upboardonline.com 3

घ) उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसकी नियता $x + 2y = 1$, नाभि (2, 1) और उत्केन्द्रता 2 हैं। 3

4. Attempt any *three* parts of the following : upboardonline.com

a) Evaluate : $\int_0^1 \frac{x}{(1+x^2)^{1/2}} dx$. 3

b) If $y = x^2 + \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2 + \dots}}$, then

upboardonline.com

prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy^2}{1+y^2}$. 3

- c) Find the angle on which the tangent of the curve $y = 2x - x^2$ cuts the axis of x . 3

[Turn over

- d) Find the equation of hyperbola whose directrix is $x + 2y = 1$, focus $(2, 1)$ and eccentricity is 2. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए : upboardonline.com

- क) परवलय $y^2 = 4x$ तथा सरल रेखा $x = 4$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

- ख) आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत हल कीजिए : upboardonline.com

$$x + y \leq 40$$

$$2x + y \leq 70$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$Z = 5x + 2y \text{ का अधिकतम मान ज्ञात}$$

कीजिए।

3

ग) दिखाइए कि $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ पर फलन $x^2 \log \frac{1}{x}$

उच्चिष्ठ है। upboardonline.com 3

घ) यदि परवलय $y^2 = 4ax$ की नाभीय जीवा के एक सिरे का निर्देशांक $(at_1^2, 2at_1)$ हो, तो दूसरे सिरे का निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3

5. Attempt any *three* parts of the following : upboardonline.com

a) Find the area included between parabola $y^2 = 4x$ and straight line $x = 4$. 3

b) Solve the following linear programming problem by graphical method under the following constraints : upboardonline.com

$$x + y \leq 40$$

$$2x + y \leq 70$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Find the maximum value of $Z = 5x + 2y$. 3

upboardonline.com

c) Show that the function $x^2 \log \frac{1}{x}$ is maximum at $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. 3

- d) If the coordinates of one end of a focal chord of a parabola $y^2 = 4ax$ is $(at_1^2, 2at_1)$ then find the coordinates of the other end. 3

upboardonline.com

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) यदि $x(1+y)^{1/2} + y(1+x)^{1/2} = 0$, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$. 4

upboardonline.com

- ख) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}. \quad 4$$

[Turn over

6. Attempt any *one* part of the following :

- a) If $x(1+y)^{1/2} + y(1+x)^{1/2} = 0$, then prove that $\frac{dy}{dx} = -(1+x)^{-2}$. 4

- b) Prove that upboardonline.com

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{4}. \quad 4$$

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए : upboardonline.com

- क) वक्र $4x^2 + 9y^2 = 144$ की उत्केन्द्रता तथा नाभियाँ ज्ञात कीजिए। 4

- ख) वक्र $x^2 = 4y$ एवं सरल रेखा $x = 4y - 2$ के अन्तर्गत क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

7. Attempt any *one* part of the following :

a) Find eccentricity and foci of the curve $4x^2 + 9y^2 = 144$. 4

b) Find the area included between the curves $x^2 = 4y$ and straight line $x = 4y - 2$. 4

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए : upboardonline.com

क) मूल बिन्दु और समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 0$

तथा $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 2$ की प्रतिच्छेद रेखा

से जाने वाले समतल का समीकरण ज्ञात

कीजिए। 4

ख) अवकल समीकरण upboardonline.com

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx$$

को हल कीजिए। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the equation of the plane passing through origin and line of intersection of

planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 0$ and

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) = 2. 4$$

b) Solve the differential equation

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx 4$$