

अनुक्रमांक

नाम

131

324(EJ)

2019

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट | पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित है।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

- निर्देश :
- इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
 - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
 - प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
 - प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
 - प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
 - जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

R2841

[Turn over

324(EJ)

2

Instructions :

- There are in all nine questions in this question paper.
- All questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.
- Marks allotted to questions are indicated against the question.
- Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित सभी खण्डों का हल कीजिए :

क) समुच्चय $A (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$ में $R ((a, b) : a$ तथा b दोनों ही या तो सम हैं या विषम हैं)

तो निम्न में से सही सम्बन्ध चयन कीजिए :

- सम्बन्धहीन
- तुच्छ
- स्वनृत्यता
- सम्मित नहीं।

R2841

3

324(EJ)

ख) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = 2x \forall x \in R$ द्वारा प्रदत्त फलन $f: R \rightarrow R$ आच्छादक है। 1

ग) $\int \sin 2x \cos 3x dx$ का समाकलन कीजिए। 1

घ) सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 1

ङ) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ को घात क्या है? 1

1. Attempt all the parts of the following :

a) Write the correct option from the following if

$R\{(a, b) : a \text{ and } b \text{ both are either even or odd}\}$ in the set

$A\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$:

i) No relation

ii) Trivial

iii) Equivalence relation

iv) Not symmetric. 1

R2841

[Turn over

4

324(EJ)

b) Prove that the function $f: R \rightarrow R$ defined on $f(x) = 2x \forall x \in R$ is onto. 1

c) Evaluate $\int \sin 2x \cos 3x dx$. 1

d) Find the angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 1

e) Find the degree of the differential equation : <http://www.upboardonline.com>

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$

1

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए

$$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}x, x \in [-1, 1]. 1$$

ख) सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f: R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न आच्छादक है। 1

R2841

5

324(EJ)

ग) निम्नलिखित अवकल समीकरणों में से किस समीकरण का व्यापक हल $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ है ?

i) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

ii) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$. (1) 1

घ) जाँच कीजिए कि फलन $f(x) = x^2$, $x = 0$ पर संतत है। (1) 1

ङ) A और B दो घटनाएँ हैं कि $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$ तब निम्न से घटनाओं के बारे में सही चयन कीजिए : (1) 1

i) $A \subset B$ ii) $A = B$

iii) $A \cap B = \phi$ iv) $P(A) = P(B)$. 1

2. Attempt all the parts of the following :

a) Prove that

$$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1} x, x \in [-1, 1].$$

1

b) Prove that the function $f: R \rightarrow R$ defined on $f(x) = x^2$ is neither one-one nor onto. 1

R2841

[Turn over

324(EJ)

6

c) Which of the following differential equations has $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$, a general solution ?

i) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

ii) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$. 1

d) Examine that the function $f(x) = x^2$ is continuous at $x = 0$. 1

e) A and B are two events such that $P(A/B) = P(B/A) \neq 0$. Write the correct option from the following :

i) $A \subset B$ ii) $A = B$

iii) $A \cap B = \phi$ iv) $P(A) = P(B)$. 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों का हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि यदि $f: A \rightarrow B$ तथा $g: B \rightarrow C$ एकैकी है, तो $g \circ f: A \rightarrow C$ भी एकैकी है। 2

R2841

ख) यदि $y = \sin^{-1} x$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} = x \frac{dy}{dx} \quad 2$$

ग) यदि सदिश $a\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और सदिश $3\hat{i} + b\hat{j}$ लम्बवत हों तो सिद्ध करें कि $3a + 2b = 0$. $\textcircled{2}$ 2

घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि यह ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़की हो तो दोनों बच्चों के लड़की होने की क्या प्रायिकता है? $\textcircled{2}$ 2

3. Attempt all the parts of the following :

a) Prove that if $f : A \rightarrow B$ and $g : B \rightarrow C$ are one-one, then $g \circ f : A \rightarrow C$ is also one-one. 2

b) Prove that $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} = x \frac{dy}{dx}$ if

$$y = \sin^{-1} x. \quad 2$$

c) If vectors $a\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} + b\hat{j}$ are perpendicular then prove that $3a + 2b = 0$. 2

d) There are two children in a family. If it is known that at least a child is a girl then what is the probability that both the children are girls? 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि E और F इस प्रकार की घटनाएँ हैं कि

$$P(E) = 0.6, P(F) = 0.3 \text{ और}$$

$$P(E \cap F) = 0.2, \text{ तो } P(E/F) \text{ तथा } P(F/E) \text{ के मान ज्ञात कीजिए।} \quad \textcircled{2} \quad 2$$

ख) दिखाएँ कि दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के लिए सदैव $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$ होते हैं। $\textcircled{2}$ 2

ग) दिखाइए कि रेखाएँ $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$

$$\text{और } \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \text{ परस्पर लम्ब हैं।} \quad \textcircled{2} \quad 2$$

घ) $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(e^x x)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। $\textcircled{1}$ 2

4. Attempt all the parts of the following :

a) If E and F are two events such that $P(E) = 0.6, P(F) = 0.3$ and $P(E \cap F) = 0.2$, find the values of $P(E/F)$ and $P(F/E)$. 2

b) Show that $|\bar{a} + \bar{b}| < |\bar{a}| + |\bar{b}|$ is always true for any two vectors \bar{a} and \bar{b} . 2

c) Show that the lines $\frac{x-5}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z}{1}$ and $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ are orthogonal to each other. 2

d) Evaluate : $\int \frac{e^x(1+x)}{\cos^2(e^x x)} dx$. 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

क) मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{dx}{1 + \cos x + \sin x}$. 5

ख) दर्शाइए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ 5

ग) उस समतल का सदिश और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (5, 2, -4) से जाता है तथा (2, 3, -1) दिक्-कोणिया वाला रेखा पर लम्ब है। 5

घ) प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2 + y^2 = 32$, रेखा $y = x$ एवं x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

उ) सिद्ध कीजिए $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} - \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}$. 5

च) आलेखीय विधि से $Z = 3x + 9y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए, जिसके अवरोध निम्नवत हैं :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y, x \geq 0, y \geq 0. \quad 5$$

5. Attempt any five parts of the following :

a) Evaluate $\int \frac{dx}{1 - \cos x - \sin x}$. 5

b) Show that

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

c) Find the vector and Cartesian equation of a plane which passes through point (5, 2, -4) and is perpendicular to the line having (2, 3, -1) its direction cosines. 5

d) Find the area of the region enclosed in first quadrant by the circle $x^2 + y^2 = 32$, line $y = x$ and x -axis. 5

c) Prove that

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17}. \quad 5$$

f) Find the minimum value of $Z = 3x + 9y$ graphically of a problem satisfying the following constraint equations :

$$x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \leq y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0. \quad 5$$

6. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित फलन के सांतत्य और अवकलनीयता का $x = 1$ पर विचार कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{यदि } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{यदि } x > 1 \end{cases} \quad 5$$

ख) x के सापेक्ष अवकलन कीजिए

$$e^{\sec^2 x} + 3 \cos^{-1} x + x^x. \quad 5$$

ग) एक स्थिर तालाब में एक पत्थर डाला जाता है और उत्पन्न तरंगें वृत्त में 4 cm/sec की गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंगों की त्रिज्या 10 cm है, तो उस क्षण घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेज़ी से बढ़ रहा है ? 5

घ) अवकलन समाकरण

$xy \frac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$ के लिए बिन्दु $(1, -1)$ से गुजरने वाली वक्र ज्ञात कीजिए। 5

ङ) रेखा $y = 3x + 2$, x -अक्ष एवं कोटियाँ $x = -1$ एवं $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। <http://www.upboardonline.com> 5

च) एक रांगो डाक्टर से मिलने ट्रेन, बस, स्कूटर या अन्य किसी वाहन से जाता है जिनकी प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ या $\frac{2}{5}$ हैं। यदि वह ट्रेन, बस या स्कूटर से आता है तो उसके देर से आने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ या $\frac{1}{12}$ हैं परन्तु किसी अन्य वाहन से आने पर उसे देर नहीं होती है। यदि वह देर से आया तो उसके ट्रेन से आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5

6. Attempt any *five* parts of the following :

a) Discuss the continuity and differentiability of

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{if } x \leq 1 \\ x - 2 & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

at $x = 1$. 5

b) Differentiate :

$e^{\sec^2 x} + 3 \cos^{-1} x + x^x$ with respect to x . 5

c) A stone is dropped in a calm and quiet pond. The generated waves move in a circular form with 4 cm/sec speed. Find out with what speed the area covered by the waves is increasing when the radius of the travelling circular waves is 10 cm. 5

d) Find the curve passing through the point $(1, -1)$ having its differential equation

$$xy \frac{dy}{dx} = (x - 2)(y + 2). \quad 5$$

e) Find the area enclosed by the lines $y = 3x + 2$, x -axis, and ordinates $x = -1$ and $x = 1$. 5

http://www.upboardonline.com

1) A patient is travelling to a doctor by train, bus, scooter or any other means of transport whose probabilities are $\frac{3}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ or $\frac{2}{5}$ respectively. If he travels by train, bus or scooter he reaches late and their probabilities are $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ or $\frac{1}{12}$ respectively. He reaches on time if he travels by any other means of transport. If he reached late, find the probability of his coming by train. 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - y + z &= 2 \\ 2x + y - z &= 1. \end{aligned} \quad 8$$

ख) यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो A^{-1} ज्ञात कीजिए। 8

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

7. Attempt any one part of the following :

a) Solve the following equations :

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

by matrix method. 8

b) Find A^{-1} if matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}. \quad 8$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड का हल कीजिए :

क) उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = 0$ एवं $x = 2\pi$ के मध्य वक्र $y = \cos x$ से घिरा हुआ है। 8

ख) रेखाओं $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 8

8. Attempt any one part of the following :

a) Find the area of the region enclosed by the curve $y = \cos x$ between $x = 0$ and $x = 2\pi$. 8

R2841

| Turn over

60

b) Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and}$$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}. \quad 8$$

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) $\int \frac{e^x}{(1-e^x)(2+e^x)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 8

ख) हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$. 8

9. Attempt any one part of the following :

a) Evaluate : $\int \frac{e^x}{(1+e^x)(2+e^x)} dx$. 8

b) Solve : $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$. 8

324(EJ)-1,50,000

http://www.upboardonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजें और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से