

अनुक्रमांक ..... मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15

नाम .....

131

324 (YY)

2020

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ]

[पूर्णांक : 100

निर्देश :

- प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।
- इस प्रश्न-पत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
- प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अंत तक करते जाइए।
- जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

324 (YY)

1

P.T.O.

1. निम्नलिखित के सभी खण्ड हल कीजिए :

(क) समुच्चय  $A = \{a, b\}$  में द्विआधारी संबंधों की संख्या है

- |          |         |
|----------|---------|
| (i) 10   | (ii) 16 |
| (iii) 20 | (iv) 8  |

(ख) निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है ?

- सारणिक एक वर्ग आव्यूह है।
- सारणिक एक आव्यूह के बंदूक एक संख्या है।
- सारणिक एक वर्ग आव्यूह के बंदूक एक संख्या है।
- इनमें से कोई नहीं।

(ग) निम्नलिखित में से समाकल  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$

का मान ज्ञात कीजिए :

- $x^{\frac{3}{2}} + 2x + \frac{1}{x} + c$
- $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - x + \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} + c$
- $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 2x + \log x + c$
- $\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x}{2} - \log x + c$

324 (YY)

2

(घ) अवकल समीकरण  $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} - 1 = 0$  का

कोटि क्या है ?

- (i) 2 (ii) 1  
(iii) 0 (iv) परिभाषित नहीं है

(ङ) यदि  $\bar{x}$  एक मात्रक सदिश है तथा

$$(\bar{x} - \bar{a}) \cdot (\bar{x} + \bar{a}) = 8 \text{ है, तो } \bar{x} \text{ का मान}$$

ज्ञात कीजिए ।

- (i) 1 (ii) 2  
(iii) 3 (iv)  $\frac{1}{2}$

2. निम्नलिखित के सभी खण्ड हल कीजिए :

(क) सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = 2x$  द्वारा परिभाषित फलन  $f: R \rightarrow R$  एकैकी तथा आच्छादक है ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि :

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sec^{-1}(x), \quad x \geq 1 \text{ या } x \leq -1$$

(ग) दर्शाइए कि फलन  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{यदि } x < 1 \\ 1 & \text{यदि } x = 1 \end{cases}$

$x = 1$  पर संतत नहीं है ।

(घ) सदिशों  $\bar{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$  और  $\bar{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$  के योगफल के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए ।

(ङ) मान लीजिए कि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा  $P(A) = 0.3$  तथा  $P(B) = 0.4$ , तब  $P(A | B)$  ज्ञात कीजिए ।

2. निम्नलिखित के सभी खण्ड हल कीजिए :

(क) यदि  $R = \{(4, 5), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$  है, तो  $R^{-1} \circ R^{-1}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

(ख) सिद्ध कीजिए कि :

$$2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$$

(ग) यदि A तथा B दो n क्रम के वर्ग आव्यूह हैं, जो व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं, तो दर्शाइए कि  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  ।

(घ) किसी दौड़ में A के जीतने की प्रायिकता  $\frac{1}{3}$  है तथा B के जीतने की प्रायिकता  $\frac{1}{4}$  है । इस दौड़ को A और B में से कोई न जीत पाए, इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

4. निम्नलिखित के सभी गुण्ड हल कीजिए :

(क) यदि फलन  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ ,  $f(x) = 3x - 4$ ,  $\forall x \in \mathbb{Q}$  से परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  एकैकी तथा आच्छादक फलन है, जहाँ  $\mathbb{Q}$  परिमेय संख्याओं का समुच्चय है। 2

(ख) सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$  के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 7 इकाई हो। 2

(ग) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  का, सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

(घ) एक कमरे में तीन बल्ब होल्डर हैं। 10 बल्बों में से 6 बल्ब खराब हैं। एक व्यक्ति यादृच्छया 3 बल्ब चुनता है और बल्ब होल्डरों में लगा देता है। उसे प्रकाश मिल जाए, इसकी प्रायिकता क्या है? 2

5. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

(क) दर्शाइए कि : 5

$$\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right) = \pi$$

(ख) सिद्ध कीजिए कि : 5

$$\begin{vmatrix} 13 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix} = 0$$

324 (YY)

5

P.T.O.

(ग) ऐसी दो धन संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका योगफल 15 है और जिनके वर्गों का योगफल न्यूनतम है। 5

(घ) अवकल समीकरण

$$(x dy - y dx) y \sin\left(\frac{y}{x}\right) =$$

$$(y dx + x dy) x \cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

को हल कीजिए। 5

(ङ) तीन सदिश  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  और  $\vec{c}$  प्रतिबंध  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  को संतुष्ट करते हैं। यदि  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  और  $|\vec{c}| = 2$  है, तो राशि  $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  का मान ज्ञात कीजिए। 5

(च)  $x$  के सापेक्ष  $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$  का अवकलन कीजिए। 5

6. निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच खण्डों को हल कीजिए :

(क) क्या  $f(x) = x^2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ , से परिभाषित फलन  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , जहाँ  $\mathbb{R}$  वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है, एकैकी आच्छादक है? 5

(ख) परवलय  $x^2 = 4y$  और वृत्त  $4x^2 + 4y^2 = 9$  के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5

(ग) निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत  $z = 4x + y$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$$x + y \leq 50, 3x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$$
 5

324 (YY)

6

- (घ) बिन्दु  $(2, 5, -3)$  की समतल  $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$  से दूरी ज्ञात कीजिए। 5
- (ङ) बिन्दु  $(-2, 3)$  से गुजरने वाले ऐसे वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिन्दु  $(x, y)$  पर स्पर्श-रेखा की प्रवणता  $\frac{2x}{y^2}$  है। 5
- (च) एक विद्यालय में शिक्षक के दो स्थान रिक्त हैं। साक्षात्कार हेतु एक पुरुष तथा एक स्त्री आते हैं। पुरुष शिक्षक के चयन की प्रायिकता  $\frac{1}{10}$  है तथा स्त्री शिक्षक की  $\frac{1}{8}$  है, तो ज्ञात कीजिए कि
- (i) दोनों चुन लिए जाएँ, तथा
- (ii) दोनों ही न चुने जाएँ, की प्रायिकता क्या है। 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  है, तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए। 8
- (ख) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए : 8

$$2x + 3y + 10z = 4$$

$$4x - 6y + 5z = 1$$

$$6x + 9y - 20z = 2$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) दो रेखाओं के कुल को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष बिन्दु  $(1, 1)$  पर है तथा जिसका अक्ष धनात्मक  $x$ -अक्ष के दिशा में है।
- (ख) रेखाओं  $\vec{r} = \hat{j} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  और  $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

http://www.upboardonline.com

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- (क) (i) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

- (ii) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}} dx$$

- (ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x dx}{c^2 \cos^2 x - b^2 \sin^2 x}$$

(English Version)

Instructions :

- (i) First 15 minutes time has been allotted for the candidates to read the question paper.
- (ii) There are in all nine questions in this question paper.
- (iii) All questions are compulsory.
- (iv) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
- (v) Marks allotted to the questions are indicated against them.
- (vi) Start from the first question and proceed to the last.
- (vii) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. Attempt all the parts of the following :

- (a) The number of binary operations on the set  $A = \{a, b\}$  is 1
  - (i) 10
  - (ii) 16
  - (iii) 20
  - (iv) 8
- (b) Which of the following statements is true? 1
  - (i) Determinant is a square matrix.
  - (ii) Determinant is a number related to a matrix.
  - (iii) Determinant is a number related to a square matrix.
  - (iv) None of these

- (c) Find the value of integral  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$  from the following :
  - (i)  $x^2 + 2x + \frac{1}{x} + c$
  - (ii)  $\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{x^2} + c$
  - (iii)  $\frac{x^2}{2} - 2x + \log x + c$
  - (iv)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - \log x + c$

- (d) What is the order of differential equation  $2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$  ?

- (i) 2
- (ii) 1
- (iii) 0
- (iv) Not defined

- (e) If  $\vec{a}$  is a unit vector and  $(\vec{x} - \vec{a}) \cdot (\vec{x} + \vec{a}) = 8$ , then find the value of  $|\vec{x}|$ .

- (i) 1
- (ii) 2
- (iii) 3
- (iv)  $\frac{1}{2}$

2. Attempt all the parts of the following :

- (a) Prove that the function  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined by  $f(x) = 2x$  is one-one and onto.

(b) Prove that : 1  
 $\cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) = \sec^{-1}(x), x \geq 1 \text{ or } x \leq -1$

(c) Show that the function  
 $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$   
is not continuous at  $x = 0$ . 1

(d) Find the unit vector along the sum of vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ . 1

(e) Suppose that A and B are independent events and  $P(A) = 0.8$  and  $P(B) = 0.4$ , then find  $P(A | B)$ . 1

Attempt all the parts of the following :

(a) If  $R = \{(1, 3), (1, 4), (4, 6), (7, 6), (3, 7)\}$ , then find the value of  $R^{-1}OR^{-1}$ . 2

(b) Prove that : 2  
 $2 \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{7}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{31}{17}\right)$

(c) If A and B are square matrices of order n and also non-singular, then show that  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ . 2

(d) The probability of A winning the race is  $\frac{1}{3}$  and that of B is  $\frac{1}{4}$ . In this race, find the probability that neither A nor B can win the race. 2

Attempt all the parts of the following : —

(a) Prove that the function  $f: Q \rightarrow Q$  defined by  $f(x) = 3x - 4, \forall x \in Q$  is one-one and onto, where Q is the set of rational numbers. 2

(b) Find a vector along the vector  $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$  such that its magnitude is 7 units. 2

(c) Find the projection of vector  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  on vector  $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ . 2

(d) There are three bulb holders in a room. A person randomly chooses three bulbs from 10 bulbs having 6 fused bulbs and puts them in holders. What is the probability that he gets light ? 2

5. Attempt any five parts of the following :

(a) Show that : 2  
 $\sin^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right) = \pi$

(b) Prove that : 1  
$$\begin{vmatrix} 18 & 16 & 19 \\ 14 & 17 & 20 \\ 15 & 18 & 21 \end{vmatrix} = 0$$

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

(c) Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of their squares is minimum. 5

(d) Solve the differential equation  $(x dy - y dx) y \sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y dx + x dy) x \cos\left(\frac{y}{x}\right)$ . 5

(e) Three vectors  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  and  $\vec{c}$  satisfy the condition  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ . If  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$  and  $|\vec{c}| = 2$ , then find the value of  $\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ . 5

(f) Differentiate  $y = x^x + (\cos x)^{\tan x}$  with respect to  $x$ . 5

6. Attempt any five parts of the following :

(a) Is the mapping  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , defined by  $f(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ , where  $\mathbb{R}$  is a set of real numbers, one-one onto? 5

(b) Find the area of the region between the parabola  $x^2 = 4y$  and the circle  $4x^2 + 4y^2 = 9$ . 5

(c) Find the maximum value of  $z = 4x + y$  subject to the following constraints :  $x + y \leq 50, 3x + y \leq 90, x \geq 0, y \geq 0$  5

(ii) Find the distance between the point  $(2, 3, 3)$  and the plane  $(x - 1) + (y + 2z) = 4$ . 3

(iii) Find the equation of a curve passing through the point  $(-2, 3)$ , whose tangent line at any point  $(x, y)$  has gradient  $\frac{2x}{y^2}$ . 3

(iv) Two posts of teachers are vacant in a school. One man and one woman are called for interview. The probability of selecting the male teacher is  $\frac{1}{10}$  and that of selecting the female teacher is  $\frac{1}{8}$ . Find the probability that

- (i) both are selected, and
(ii) both are not selected. 5

7. Attempt any one part of the following :

(a) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ , then find  $A^{-1}$ . 8

(b) Solve the following equations using the matrix method : 8

2x + 3y + 10z = 4

4x - 6y + 5z = 1

6x + 9y - 20z = 2

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

8. Attempt any **one** part of the following :

(a) Find the differential equation of a family of parabolas whose vertex is at the origin and its axis is towards the positive x-axis. **8**

(b) Find the shortest distance between the lines  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  and  $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ . **8**

9. Attempt any **one** part of the following :

(a) (i) Evaluate : **4**

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

(ii) Evaluate : **4**

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{2-x}} dx$$

(b) Evaluate : **8**

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x \, dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$$

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

http://www.upboardonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

15 अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से