https://www.upboardonline.com

मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 15

131/12 **335(ED)**

**2018**

**गणित**

द्वितीय प्रश्नपत्र

(कलन, रैखिक प्रोग्रामन, सदिश तथा त्रिविमीय ज्यामिति)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट ] [ पूर्णांक : 50

**निर्देश :** प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

*Instruction* : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

**नोट :** i) इस प्रश्नपत्र में कुल **आठ** प्रश्न हैं ।

ii) **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं ।

iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टत: लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं ।

v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए ।

vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए ।

*Note* : i) There are in all *eight* questions in this question paper.

ii) *All* questions are compulsory.

iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted is clearly mentioned.

iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.

v) Start from the first question and proceed to the last.

vi) Do not waste time over a question you cannot solve.



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



1. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) फलन $\frac{\log x + \log x^2}{x}$ का $x$ के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए । 1

ख) $\int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}\, dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

ग) अवकल समीकरण

$$\left(\frac{d^3y}{dx^2}\right)^2 + x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 1 = 0$$ की

कोटि एवं घात बताइए । 1

घ) सदिशों $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात करें । 1

ङ) सदिशों $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DE}$ और $\vec{AE}$, का योगफल ज्ञात करें, जहाँ $ABCDE$ एक पंचभुज है । 1



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



1. Attempt any *four* parts of the following :

a) Find the differential coefficient of the function $\frac{\log x + \log x^2}{x}$ with respect to $x$. 1

b) Evaluate : $\int \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}\, dx$. 1

c) Find the order and degree of the following differential equation :

$$\left(\frac{d^3y}{dx^2}\right)^2 + x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + 1 = 0.$$

1

d) Find the angle between the vectors $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$. 1

e) Find the sum of the vectors $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{CD}, \vec{DE}$ and $\vec{AE}$, where $ABCDE$ is a pentagon. 1



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



2. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) $\sin^{-1}x$ का $\cos^{-1}x$ के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात करें । 2

ख) $\int \frac{dx}{2x^{1/2}+x^{3/2}}$ का मान ज्ञात करें । 2

ग) यदि सदिश $a\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}+b\hat{j}$ सदिश लम्बवत हों तो सिद्ध करें कि $3a+2b=0$. 2

घ) अवकल समाकरण

$\sec x \operatorname{cosec} y\, dx + \sec y\, dy = 0$ को हल करें । 2

ङ) $\int \cot^{-1}x\ dx$ का मान ज्ञात करें । 2



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



2. Attempt any *four* parts of the following :

a) Find the differential coefficient of $\sin^{-1}x$ with respect to $\cos^{-1}x$. 2

b) Evaluate $\int \frac{dx}{2x^{1/2}+x^{3/2}}$. 2

c) If vectors $a\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ and $3\hat{i}+b\hat{j}$. are perpendicular then prove that $3a+2b=0$. 2

d) Solve the differential equation

$\sec x \operatorname{cosec} y\, dx + \sec y\, dy = 0$. 2

e) Evaluate : $\int \cot^{-1}x\ dx$. 2



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

3. निम्नलिखित में से किन्हीं **चार** खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध करें कि $n$ के किसी भी मान के लिये वक्र $\left(\frac{x}{a}\right)^n+\left(\frac{y}{b}\right)^n=3$ को सरल रेखा $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ बिन्दु ( $a$, $b$ ) पर स्पर्श करती है । 2

ख) $\int \frac{1}{(\log x-1)(\log x+1)} \frac{dx}{x}$ का मान ज्ञात करें । 2

ग) अवकल समीकरण

$(\cos^2 x-\sin^2 x)\,dy+2\sin y\cos y\,dx=0$

को हल करें । 2

घ) उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसकी आसन्न भुजाएँ $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ तथा $4\hat{j}+3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं । 2

ङ) बिन्दुओं $2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ तथा $-\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ को मिलाने वाली सरल रेखा का कार्तीय समीकरण ज्ञात करें । 2



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



3. Attempt any *four* parts of the following :

a) Prove that for everv value of $n$ curve $\left(\frac{x}{a}\right)^n+\left(\frac{y}{b}\right)^n=3$ touches the straight line $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ at point ( $a$, $b$ ). 2

b) Evaluate : $\int \frac{1}{(\log x-1)(\log x+1)} \frac{dx}{x}$ . 2

c) Solve the differential equation $(\cos^2 x-\sin^2 x)\,dy+2\sin y\cos y\,dx=0$ . 2

d) Find the area of triangle whose adjacent sides are represented by vectors $\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ and $4\hat{j}+3\hat{k}$ . 2

e) Find the Cartesian equation of a straight line joining the points $2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ and $-\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ . 2



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



4. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $y = (\tan x)^{\tan x \ldots \infty}$, तो सिद्ध करें $\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2 \operatorname{cosec} 2x}{1 - y \log \tan x}$. 3

ख) $\int \frac{\sin^3 x \cos x}{\sqrt{a - \sin^2 x}\sqrt{a + \sin^2 x}} dx$ का मान ज्ञात कर । 3

ग) अवकल समीकरण

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \sin^2 \frac{y}{x}$$ का हल करें । 3

घ) यदि $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = 0$ तो सिद्ध करें कि $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$ का मान $6(\vec{b} \times \vec{c})$ या $2(\vec{a} \times \vec{b})$ या $3(\vec{c} \times \vec{a})$ होगा । 3

4. Attempt any *three* parts of the following :

a) If $y = (\tan x)^{\tan x \ldots \infty}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2 \operatorname{cosec} 2x}{1 - y \log \tan x}$. 3



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com



b) Evaluate :

$$\int \frac{\sin^3 x \cos x}{\sqrt{a - \sin^2 x}\sqrt{a + \sin^2 x}} dx.$$ 3

c) Solve the differential equation :

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \sin^2 \frac{y}{x}.$$ 3

d) If $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = 0$ then prove that value of $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}$ will be $6(\vec{b} \times \vec{c})$ or $2(\vec{a} \times \vec{b})$ or $3(\vec{c} \times \vec{a})$. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं **तीन** खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि $2x + y = 1$ तो फलन $x^2 y$ का उच्चिष्ठ मान ज्ञात करें । 3

ख) मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sec^2 2x}{\sqrt{\cot x - \tan x}} dx$. 3



https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com


ग) रेखीय प्रोग्रामन समस्या का निम्न अवरोधों के अन्तर्गत हल करें :

$3x + 5y \le 15$, $5x + 2y \le 10$ तथा $x \ge 0, y \ge 0$, तो $Z = 5x + 3y$ का महत्तम मान ज्ञात करें । 3

घ) सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ पर लम्ब तथा सदिश $\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ से जानेवाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए । 3

5. Attempt any *three* parts of the following :

a) If $2x + y = 1$ then find maximum value of the function $x^2 y$. 3

b) Evaluate : $\int \frac{\sec^2 2x}{\sqrt{\cot x - \tan x}} dx$. 3


https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com
https://www.upboardonline.com
https://www.upboardonline.com
https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com


c) Solve the linear programming problem under the following restrictions :

$3x + 5y \le 15$, $5x + 2y \le 10$ and $x \ge 0, y \ge 0$.

Then find the maximum value of $Z = 5x + 3y$. 3

d) Find the equation of the plane which is perpendicular to the vector $2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ and passes through the vector $\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$. 3

6. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/2} \log(\sin^3 x \cos^4 x)\, dx = -\frac{7\pi}{2} \log 2.$$ 4

ख) सिद्ध कीजिए कि दिये गये सम्पूर्ण पृष्ठ और अधिकतम आयतन वाले बेलन की ऊँचाई आधार के व्यास के बराबर होती है । 4


https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com


6. Attempt any *one* part of the following :

a) Prove that

$$\int_0^{\pi/2} \log(\sin^3 x \cos^4 x)\, dx = -\frac{7\pi}{2}\log 2 .$$ 4

b) Prove that the height of a cylinder is equal to the diameter of base when whole area is given and volume is maximum. 4

7. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) यदि वक्र $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ का अभिलम्ब $x$-अक्ष से θ कोण बनाए तो सिद्ध कीजिए कि अभिलम्ब का समीकरण

$y \cos\theta - x \sin\theta = a \cos 2\theta$ है । 4

ख) दिखाइए कि परवलयों $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4ay$ के बीच क्षेत्रफल $\frac{16}{3}a^2$ होगा । 4


https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com


7. Attempt any *one* part of the following :

a) If normal of a curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ makes an angle θ with $x$-axis prove that the equation of normal is $y \cos\theta - x \sin\theta = a \cos 2\theta$ . 4

b) Show that the area between the parabolas

$y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$ is $\frac{16}{3}a^2$ . 4

8. निम्नलिखित में से किसी **एक** खण्ड को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित सरल रेखाओं के मध्य लघुतम दूरी ज्ञात करें :

$\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ तथा
$\vec{r} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ . 4

ख) रेखीय प्रोग्रामन विधि से $Z = 3x + 4y$ का महत्तम मान निम्न अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात करें :

$x - 2y \geq 2,\ x + y \geq 3,\ -2x + y \leq 4,$
$x \geq 0$ तथा $y \geq 0$. 4


https://www.upboardonline.com
https://www.upboardonline.com https://www.upboardonline.com https://www.upboardonline.com https://www.upboardonline.com

https://www.upboardonline.com


8. Attempt any *one* part of the following :

a) Find the shortest distance between the straight lines

$\vec{r} = (3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ and

$\vec{r} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}) + \mu(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$. 4

b) Find the maximum value of $Z = 3x + 4y$ by linear programming method under following restrictions :

$x - 2y \geq 2,\ x + y \geq 3,\ -2x + y \leq 4,$

$x \geq 0$ and $y \geq 0$. 4

https://www.upboardonline.com
https://www.upboardonline.com

**335(ED) – 1,60,000**

**https://www.upboardonline.com**
**Whatsapp @ 9300930012**
**Send your old paper & get 10/-**
**अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,**
**Paytm or Google Pay से**

934571

https://www.upboardonline.com